Einführung

Dr. W. Tenten

Dieses nette kleine MAPLE file zeigt, wie man Planetenbahnen mit Hilfe von Drehmatrizen darstellen kann.

```
> restart;with(linalg):with(plots):with(plottools):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and
unprotected

Warning, the name changecoords has been redefined

Warning, the name arrow has been redefined
```

Teil 1: Die Transformation der Koordinaten

Das bekannte 2-Körperproblem zeigt 6 Orbitalelemente. Damit lassen sich die Örter bzw. die Bewegung von Planeten um das Zentralgestirn berechnen.
Die Orbitalelemente sind:
Hauptachse a, der Exzentrizität e, der Inklination i, der Breite des aufsteigenden Knotens Ω, der Periheldrehung ω und der Hauptachsenanomalie M.
Für jeden Planeten erstellen wir 3 Rorations (Dreh) Matrizen P1, P2 und P3:

```
> P1:=matrix([[cos(omega[j]),-sin(omega[j]),0],
              [sin(omega[j]), cos(omega[j]),0],
              [0,0,1]]);
  P2:=matrix([[1,0,0],
              [0,cos(i[j]),-sin(i[j])],
              [0,sin(i[j]), cos(i[j])]]);
  P3:=matrix([[cos(Omega[j]),-sin(Omega[j]),0],
              [sin(Omega[j]), cos(Omega[j]),0],
              [0,0,1]]);
```

$$P1 := \begin{bmatrix} \cos(\omega_j) & -\sin(\omega_j) & 0 \\ \sin(\omega_j) & \cos(\omega_j) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P2 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i_j) & -\sin(i_j) \\ 0 & \sin(i_j) & \cos(i_j) \end{bmatrix}$$

$$P3 := \begin{bmatrix} \cos(\Omega_j) & -\sin(\Omega_j) & 0 \\ \sin(\Omega_j) & \cos(\Omega_j) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Für den Planet j wird damit die Position zu **A**$= (a_j\,(\cos(E_j) - e_j),\ a_j \sqrt{1 - e_j^{\,2}}\ \sin(E_j),\ 0)$, wobei E_j die exzentrische Anomalie ist und die Position B im universellen System als $B = R\,A$, mit $R = P_3\,P_2\,P_1$.

```
> A:=matrix([[a[j]*(cos(E[j])-e[j])],[a[j]*sqrt(1-e[j]^2)*sin(E
  [j])],[0]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} a_j \left(\cos(E_j) - e_j\right) \\ a_j \sqrt{1 - e_j^{\,2}}\ \sin(E_j) \\ 0 \end{bmatrix}$$

```
> R:=multiply(P3,P2,P1);
```

$R :=$

$$\begin{bmatrix} \cos(\Omega_j)\cos(\omega_j) - \sin(\Omega_j)\cos(i_j)\sin(\omega_j), & -\cos(\Omega_j)\sin(\omega_j) - \sin(\Omega_j)\cos(i_j)\cos(\omega_j), & \sin(\Omega_j)\sin(i_j) \\ \sin(\Omega_j)\cos(\omega_j) + \cos(\Omega_j)\cos(i_j)\sin(\omega_j), & -\sin(\Omega_j)\sin(\omega_j) + \cos(\Omega_j)\cos(i_j)\cos(\omega_j), & -\cos(\Omega_j)\sin(i_j) \\ \sin(i_j)\sin(\omega_j), & \sin(i_j)\cos(\omega_j), & \cos(i_j) \end{bmatrix}$$

```
> B:=multiply(R,A);
```

$B :=$

$$\left[(\cos(\Omega_j)\cos(\omega_j) - \sin(\Omega_j)\cos(i_j)\sin(\omega_j))\, a_j\, (\cos(E_j) - e_j) + (-\cos(\Omega_j)\sin(\omega_j) - \sin(\Omega_j)\cos(i_j)\cos(\omega_j))\, a_j \sqrt{1 - e_j^{\,2}}\ \sin(E_j)\right]$$

$$\left[(\sin(\Omega_j)\cos(\omega_j) + \cos(\Omega_j)\cos(i_j)\sin(\omega_j))\, a_j\, (\cos(E_j) - e_j) + (-\sin(\Omega_j)\sin(\omega_j) + \cos(\Omega_j)\cos(i_j)\cos(\omega_j))\, a_j \sqrt{1 - e_j^{\,2}}\ \sin(E_j)\right]$$

$$\left[\sin(i_j)\sin(\omega_j)\, a_j\, (\cos(E_j) - e_j) + \sin(i_j)\cos(\omega_j)\, a_j \sqrt{1 - e_j^{\,2}}\ \sin(E_j)\right]$$

Teil 2: Die Orbitale in der allgemeinen Beschreibung

Die Position im allgemeinen System hängt nur noch von E_j und alle anderen Terme sind bekannt. Damit haben wir alles um die Bahnen beschreiben zu können.

Es werden jetzt die 9 Planetenbahnen als Elemente der 5 Sequenzen festgelegt. Diese Daten stammen aus der Tabelle: Daten zu Sonnen und Planeten
www.soalrviews.com/germ/data1.htm bzw. data2.htm
Der Vektor ω beschreibt die Länge des Perihels anstelle des Arguments des Perihels. Das jedoch läßt sich mittels der sphärischen Geometrie nach ω konvertieren.

```
> a:=[0.38709893,0.72333199,1.00000011,1.52366231,5.20336301,9.
  53707032,19.19126393,30.06896348,39.48168677]:
  e:=[0.20563069,0.00677323,0.01671022,0.09341233,0.04839266,0.
  05415060,0.04716771,0.00858587,0.24880766]:
  i:=[7.00487,3.39471,0.00005,1.85061,1.30530,2.48446,0.76986,1
  .76917,17.14175]:
  Omega:=[48.33167,76.68069,-11.26064,49.57854,100.55615,113.71
  504,74.22988,131.72169,110.30347]:
  omega:=[77.45645,131.53298,102.94719,336.04084,14.75385,92.43
```

```
194,170.96424,44.97135,224.06676]:
```

Grad in Radian:.

```
> i:=map(x->convert(x,units,deg,rad),i):
  Omega:=map(x->convert(x,units,deg,rad),Omega):
  omega:=map(x->convert(x,units,deg,rad),omega):
```

Berechnung des Perihelarguments aus dder Perihellänge:

```
> for j to 9 do

  omega[j]:=arcsin(sin(omega[j]-Omega[j])/sin(arccos(sin(i[j])*
  cos(omega[j]-Omega[j])))):
  od:
```

Parametrische Gleichungen der 9 planetatrischen Orbitale

```
> x:=array(1..9):
  y:=array(1..9):
  z:=array(1..9):
> for j to 9 do
  x[j]:=B[1,1]:
  y[j]:=B[2,1]:
  z[j]:=B[3,1]:
  od:
```

Teil3: Wir malen ein schön Bildchen

```
> pic:=array(1..19):
> for j to 9 do

  pic[j]:=spacecurve([subs(E[j]=E,x[j]),subs(E[j]=E,y[j]),subs(
  E[j]=E,z[j])],
                      E=0..2*Pi,color=COLOR(HUE,j/10.)):
  od:
```

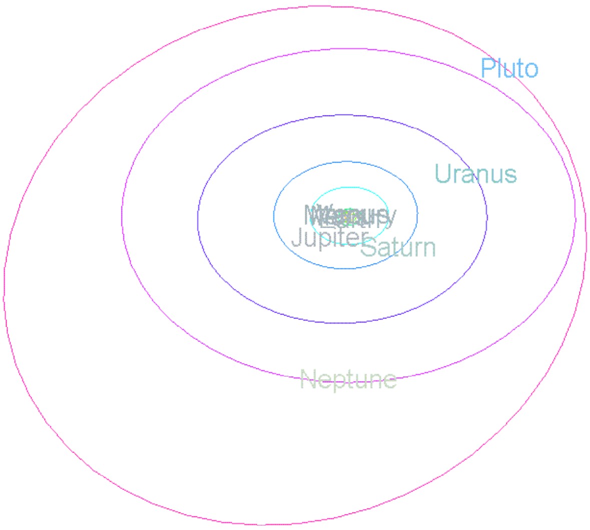
Uns fehlt jetzt noch der Plot der Sonne

```
> pic[10]:=plot3d(0.05,0..2*Pi,0..Pi,style=PATCHNOGRID,coords=s
  pherical,color=red):
```

Die Bahnen.werden mit mit Namen der Planeten versehen ...**M**ein **V**ater **E**rklärt **M**ir **J**eden **S** onntag **U**nsere **N**eun **P**laneten

```
> pic[11]:=textplot3d([subs(E[1]=0,x[1]),subs(E[1]=0,y[1]),subs
  (E[1]=0,z[1]),"Mercury"]):
  pic[12]:=textplot3d([subs(E[2]=0,x[2]),subs(E[2]=0,y[2]),subs
  (E[2]=0,z[2]),"Venus"]):
  pic[13]:=textplot3d([subs(E[3]=0,x[3]),subs(E[3]=0,y[3]),subs
  (E[3]=0,z[3]),"Earth"]):
  pic[14]:=textplot3d([subs(E[4]=0,x[4]),subs(E[4]=0,y[4]),subs
  (E[4]=0,z[4]),"Mars"]):
  pic[15]:=textplot3d([subs(E[5]=0,x[5]),subs(E[5]=0,y[5]),subs
```

```
(E[5]=0,z[5]),"Jupiter"]):
pic[16]:=textplot3d([subs(E[6]=0,x[6]),subs(E[6]=0,y[6]),subs
(E[6]=0,z[6]),"Saturn"]):
pic[17]:=textplot3d([subs(E[7]=0,x[7]),subs(E[7]=0,y[7]),subs
(E[7]=0,z[7]),"Uranus"]):
pic[18]:=textplot3d([subs(E[8]=0,x[8]),subs(E[8]=0,y[8]),subs
(E[8]=0,z[8]),"Neptune"]):
pic[19]:=textplot3d([subs(E[9]=0,x[9]),subs(E[9]=0,y[9]),subs
(E[9]=0,z[9]),"Pluto"]):
> pic1:=convert(pic,'list'):
display(pic1,scaling=CONSTRAINED);
```




```
>
```