

Dr. W. Tenten
Signal Quantisier Rauschen (SQR) exakte Berechnung
Dez. 2008

Die exakte Berechnung beruecksichtigt, dass eine lineare Uebertragung durch einen Diskretisierungseffekt in zunaechst 2 Haelften geteilt wird. Die Schnittpunkte der kontinuierlichen Uebertragung mit der diskretisierten Uebertragung bilden die Eckpunkte der Berechnug. An diesen beiden Eckpunkten ist der Fehler, also die Abweichung der beiden zueinander, Null. Genau im Uebergang der Diskretisierung kann beim idealen Diskretisierer keine Zuordnung getroffen werden, da der Wertebereich aller Diskretisierungspunkte den vollen Bereich der Diskretisierung umfasst. Deshalb ist die Integration auch nur bis zu dieser Stelle durchzufuehren. In einer realen Umgebung wird dieser Uebergang mit einer Steigung m sowie einem exponentiellen Uebergangsbereich beobachtbar sein.

```
> restart:readlib(log10):  
> y1:=1/q*int((-q/2-y)^2,y);  
> y2:=1/q*int((q/2-y)^2,y);
```

$$y1 := -\frac{\left(-\frac{q}{2}-y\right)^3}{3q}$$

$$y2 := -\frac{\left(\frac{q}{2}-y\right)^3}{3q}$$

```
> y1:=1/q*int((-q/2-u)^2,u=-q/2..0);  
> y2:=1/q*int((q/2-u)^2,u=0..+q/2);
```

$$y1 := \frac{q^2}{24}$$

$$y2 := \frac{q^2}{24}$$

```
> sigma_q:=y1+y2; Das ist das Quantisiererauschen einer 1-Bit Stufe
```

$$\sigma_q := \frac{1}{12} q^2$$

```
> E:=q*2^n; Hier wird die 1-Bit Stufe erweitert um n-Stufen
```

$$E := q 2^n$$

```
> SQ:=E^2/sigma_q; Dies ist die Rauschfunktion eines -n-stufigen Quantisierers
```

$$SQ := 12 (2^n)^2$$

> **SQR:=10* evalf(simplify(log10(SQ)));** Die obige n-Quantisier Rauschfunktion ausgedrückt in dB

$$SQR := 10.79181246 + 6.020599913 n$$

> **NDF:=1/T*int((a*sin(2*Pi*t/T))^2,t=0..T);** Jedes Signal muß bezüglich seiner Rauschfunktion ebenfalls berücksichtigt werden.

$$NDF := \frac{1}{2} a^2$$

> **NDF_sinus:=NDF/sigma_q;**

$$NDF_sinus := 6 \frac{a^2}{q^2}$$

> **NDF_sinus_subs:=subs(q=2*a/2^n,NDF_sinus);**

$$NDF_sinus_subs := \frac{3}{2} (2^n)^2$$

> **NDF_dB:=10 * evalf(simplify(log10(NDF_sinus_subs)));**

$$NDF_dB := 1.760912592 + 6.020599913 n$$

> **SQR_10bit_sin_dB:=subs(n=10,NDF_dB);**

$$SQR_10bit_sin_dB := 61.96691172$$